

شماره صندلی:

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران

محل مهر مدرسه

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ورامین

آموزشگاه استعداد های درخشان شهید ستاری متوسطه دوره اول

نام و نام خانوادگی :

پایه : هشتم

نام دبیر : سلیمان تبار

نام درس : ریاضیات

تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۳۰

مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

نوبت خرداد ۱۴۰۲

ساعت شروع : ۸

تعداد صفحه: ۳

نام مصحح :

نمره با عدد:

نام مصحح :

نمره تجدید نظربا عدد:

تاریخ و امضاء :

نمره با حروف :

تاریخ و امضاء :

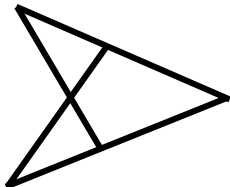
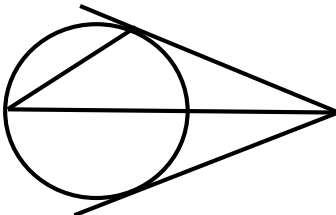
نمره تجدید نظربا حروف :

سوالات

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	- اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده برابر با است . - ساده شده عبارت $(x^2 - x + 1)(x + 1)$ برابر است با - اگر اندازه وتر و یک ضلع در مثلث قائم الزاویه ای به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۲ باشند ، اندازه ضلع دیگر برابر می باشد . - اگر ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین را رسم کنیم ، دو مثلث ایجاد شده بنابر حالت هم نهشت هستند.	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۲	مجموع زاویه های داخلی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟ ۹۰۰ ۱۲۶۰ ۱۴۴۰ ۱۰۸۰ جذر مکعب 9^3 برابر است با : ۳۶ ۲۷۳ ۳۲۷ ۸۱۹	۰/۵ ۰/۵
۳	حاصل عبارات زیر را بدست آورید $5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \dots =$ $\frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{51 \times 55} =$	۱/۵

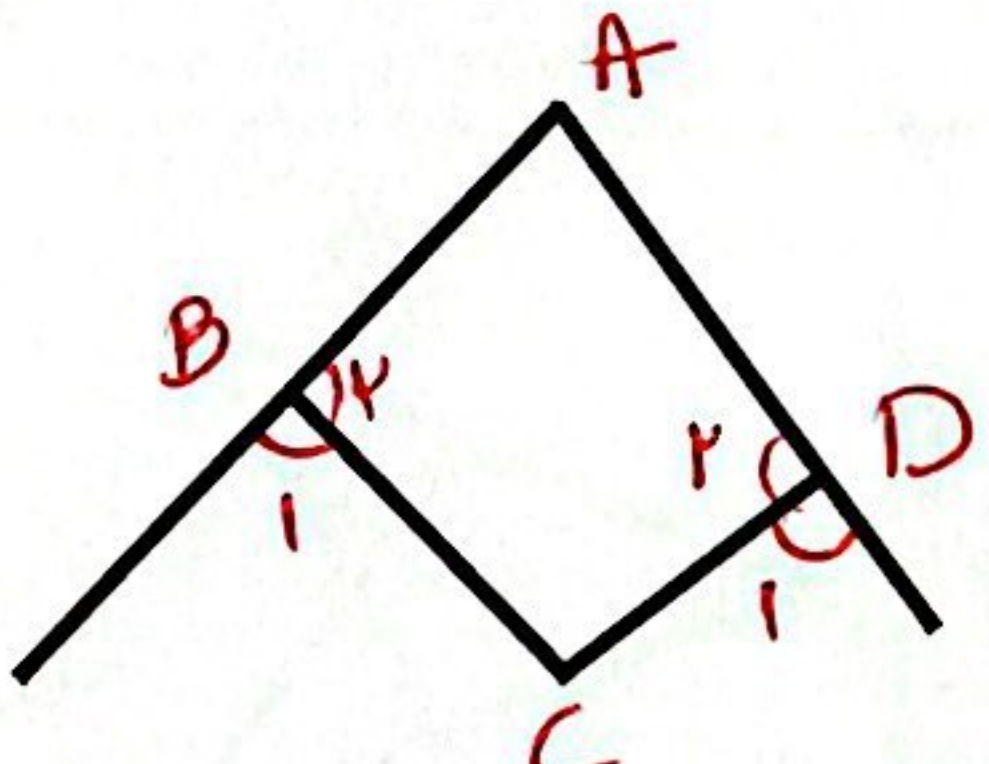
۴	حاصلضرب ۴ عدد اول مختلف بر چند عدد مثبت غیر اول بخش پذیر است؟	۱
۵	در شکل زیر دو زاویه خارجی یک چهارضلعی رسم شده است. در این صورت $A + C$ چقدر است؟	۱
۶	اگر $\frac{1}{x} - 5 = x$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ چقدر است؟	۱/۵
۷	معادله کسری زیر را حل کنید.	۱
۸	برای سه نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و C داریم $\vec{AC} = 2\vec{BC}$. در این صورت طول نقطه C را بدست آورید.	۱

۲	اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ باشد، مقدار $\vec{x}$ را بدست آورید. $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - \vec{c} + 2\vec{a} - \vec{x} = 3\vec{j} - \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$	۹																									
۱/۵	در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{AO} = \overline{DO}$ است. ثابت کنید $\overline{AC} = \overline{BD}$ 	۱۰																									
۱/۵	نصف عدد $\left(\frac{1}{8}\right)^{-10}$ چند برابر 4^{-8} می باشد؟ احتمال اینکه در پرتاب ۳ تاس حداقل یک شمارنده ۶ دیده شود، چقدر است؟	۱۱																									
۱/۵	ثابت کنید اگر در دایره ای دو وتر مساوی داشته باشیم و از مرکز دایره بر آن عمود کنیم، آن دو عمود با هم برابرند.	۱۲																									
۱/۵	اگر $\widehat{AC} = 130^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABM}$ چقدر است؟ 	۱۳																									
۲	داده های آماری وزن یک کلاس ۲۵ نفره را مطابق جدول زیر بدست آورده ایم. این داده ها را در ۴ دسته، طبقه بندی کرده و سپس طبق جدول، میانگین بدست آمده چقدر است؟ <table><tr><td>۴۸</td><td>۴۶</td><td>۶۸</td><td>۵۲</td><td>۶۱</td></tr><tr><td>۴۳</td><td>۶۰</td><td>۴۹</td><td>۵۳</td><td>۵۲</td></tr><tr><td>۴۹</td><td>۶۹</td><td>۵۱</td><td>۵۲</td><td>۴۷</td></tr><tr><td>۵۴</td><td>۶۷</td><td>۶۳</td><td>۴۱</td><td>۵۲</td></tr><tr><td>۵۶</td><td>۴۹</td><td>۴۳</td><td>۶۱</td><td>۵۸</td></tr></table>	۴۸	۴۶	۶۸	۵۲	۶۱	۴۳	۶۰	۴۹	۵۳	۵۲	۴۹	۶۹	۵۱	۵۲	۴۷	۵۴	۶۷	۶۳	۴۱	۵۲	۵۶	۴۹	۴۳	۶۱	۵۸	۱۴
۴۸	۴۶	۶۸	۵۲	۶۱																							
۴۳	۶۰	۴۹	۵۳	۵۲																							
۴۹	۶۹	۵۱	۵۲	۴۷																							
۵۴	۶۷	۶۳	۴۱	۵۲																							
۵۶	۴۹	۴۳	۶۱	۵۸																							

سوالات

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده برابر با <u>جواب: تغییرات</u> است. ساده شده عبارت $(x+1)(x^2-x+1)$ برابر است با <u>جواب: x^3-1</u> است. اگر اندازه وتر و یک ضلع در مثلث قائم الزاویه ای به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۲ باشند، اندازه ضلع دیگر برابر <u>جواب: ۵</u> می باشد. $13^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow 169 = 144 + x^2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5$ اگر ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین را رسم کنیم، دو مثلث ایجاد شده بنابر حالت <u>جواب: قضیه فیثاغورس</u> هم نهشت هستند. <u>نکته: در مثلث های متساوی الساقین ارتفاع، میانه نیز هست.</u>	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۲	مجموع زاویه های داخلی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟ <u>جواب: ۱۴۴۰</u> جذر مکعب 9^3 برابر است با: <u>جواب: ۹</u> <u>محاسبه:</u> $1080 = (n-2) \times 180 = (10-2) \times 180 = 8 \times 180 = 1440$ $9^3 \xrightarrow{\text{مکعب}} (9^3)^3 = 9^9 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt[3]{(9^3)^9} = \sqrt{(9^9)^2} = 9^9$	۰/۵ ۰/۵
۳	حاصل عبارات زیر را بدست آورید $5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \dots = 5 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \right) = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$ <u>جواب: $\frac{15}{2}$</u>	۱/۵

	حاصل ضرب ۴ عدد اول مختلف بر چند عدد مثبت غیر اول بخش پذیر است؟ ۱. اگر چهار عدداً اول در یک ضرب کنیم، به ازای ضرب هر کدام از آنها، هر چهارم یای آنها عدد حاصل بر این ها بخش پذیر است. ۴ = تعداد ضربهای ۲، ۹ = تعداد ضربهای ۳، ۱ = تعداد ضربهای ۵ $\Rightarrow 4 + 9 + 1 = 14$	
۵	در شکل زیر دو زاویه خارجی یک چهارضلعی رسم شده است. در این صورت $A + C$ چقدر است؟  $\hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C} + \hat{D}_1 = 360^\circ$ $\hat{A} + 180^\circ - \hat{B}_1 + \hat{C} + 180^\circ - \hat{D}_1 = 360^\circ$ $\hat{A} - \hat{B}_1 + \hat{C} - \hat{D}_1 = 0$ $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B}_1 + \hat{D}_1$	
۶	اگر $x - \frac{1}{x} = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ چقدر است؟ $x - \frac{1}{x} = 5 \xrightarrow{\text{مربع}} (x - \frac{1}{x})^2 = 5^2 \rightarrow (x - \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) = 25$ $\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 25 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$ عبارت های زیر را تجزیه کنید. $24x^4y^6 - 8x^5y^3 = 8x^4y^3(3y^3 - x)$ $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)(x - y)$	۱/۵
۷	معادله کسری زیر را حل کنید. $\frac{3x-2}{3} - \frac{2+x}{4} = 1 - \frac{2}{5}x$ $40 \times (x - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{x}{4} = 1 - \frac{2}{5}x) \rightarrow 40x - \frac{80}{3} - 10 - 10x = 40 - 24x$ $\rightarrow 40x + 24x = 40 + 70 \rightarrow 64x = 110 \rightarrow x = \frac{110}{64}$	
۸	برای سه نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و C داریم $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}$. در این صورت طول نقطه C را بدست آورید. $C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} x-5 \\ y-1 \end{bmatrix} \rightarrow 2\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 2x-10 \\ 2y-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-10 \\ 2y-2 \end{bmatrix}$	

طول نقطه C

$$\begin{aligned} x-1 &= 2x-10 \rightarrow 9=x \\ y+2 &= 2y-2 \rightarrow y=4 \end{aligned} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$c = -9i + 4j - 2i + j = -11i + 5j$$

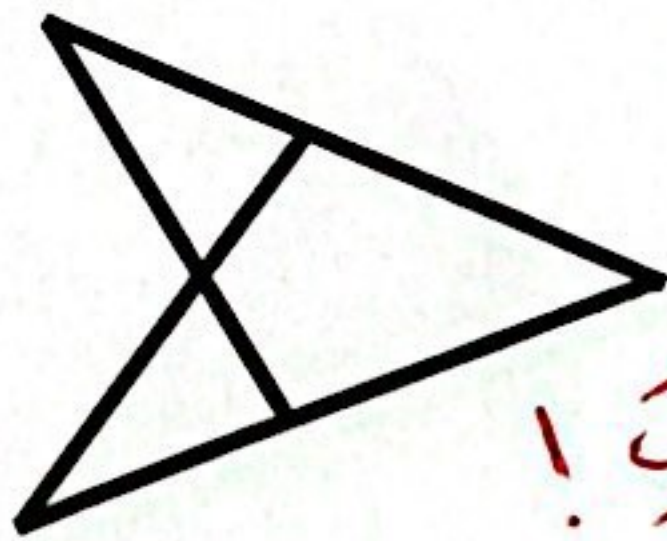
اگر $\vec{a} = 2i - j$ و $\vec{b} = -3i + 2j$ و $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ باشد، مقدار $\vec{x}$ را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - \vec{c} + 2\vec{a} - \vec{x} = 3j - \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$i - 2j + 11i - 5j + 4i - 2j - x = 3j - 5i + 4j$$

$$14i - 9j - x = 7j - 5i \rightarrow 19i - 16j = x \rightarrow x = \begin{bmatrix} 19 \\ -16 \end{bmatrix}$$

در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{AO} = \overline{DO}$ است. ثابت کنید $\overline{AC} = \overline{BD}$



نکته: دارای مثلث هائیکه متساوی!

نصف عدد $\left(\frac{1}{8}\right)^{-10}$ چند برابر 4^{-8} می باشد؟

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-10} = 8^{10} \xrightarrow{\text{نصف}} \frac{1}{2} \times 8^{10} = 2^{-1} \times (2^3)^{10} = 2^{-1} \times 2^{30} = 2^{29}$$

$$\frac{2^{29}}{2^8} = 2^{21} = 2^8 \times 2^{13} = 256 \times 8192 = 2112$$

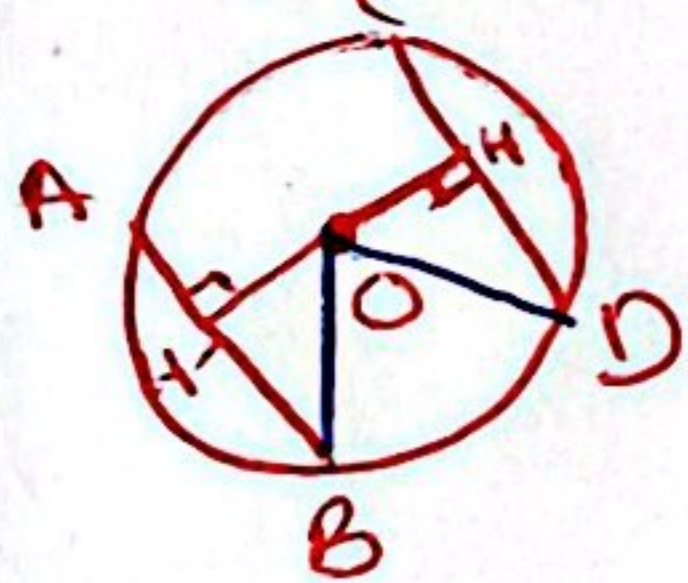
احتمال اینکه در پرتاب ۳ تاس حداقل یک شماره ۶ دیده شود، چقدر است؟

تعداد کل حالت ها در پرتاب ۳ تاس $9 \times 9 \times 9 = 729$

حالت های مطلوب $\rightarrow (4,4), (4,5), (5,4), (5,5) = 4$ حالت ها

$$729 - 4 = 725$$

ثابت کنید اگر در دایره ای دو وتر مساوی داشته باشیم و از مرکز دایره بر آن عمود کنیم، آن دو عمود با هم برابرند.



فرض: $AB = CD$

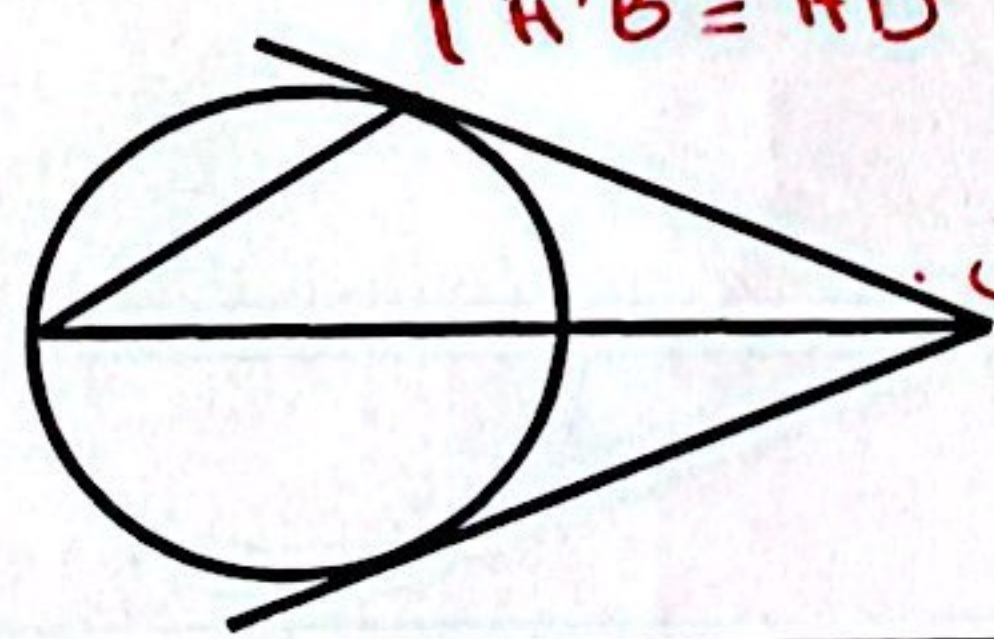
حکم: $OH = OH'$

$$\begin{cases} \angle H = \angle H' = 90^\circ \\ OB = OD \text{ (رادیوس)} \end{cases} \Rightarrow \triangle OHB \cong \triangle OH'D$$

مساویت این دو مثلث را از طریق قضیه وتر و وتر عمود بر وتر می بینیم. آن را نصف می کند. $CH = HD = AH' = H'B$

$$OH = OH'$$

اگر $\widehat{AC} = 130^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABM}$ چقدر است؟



نکته: دارای مثلث متساوی!

۴۸	۴۶	۴۸	۵۲	۶۱
۴۳	۶۰	۴۹	۵۳	۵۲
۴۹	۶۹	۵۱	۵۲	۴۷
۵۴	۶۷	۶۳	۴۱	۵۲
۵۶	۴۹	۴۳	۶۱	۵۸

داده های آماری وزن یک کلاس ۲۵ نفره را مطابق جدول زیر بدست آورده ایم. این داده ها را در ۴ دسته، طبقه بندی کرده و سپس طبق جدول، میانگین بدست آمده چقدر است؟

$$\text{دامنه تغییرات} = 99 - 41 = 58$$

$$\text{طول دسته} = \frac{58}{4} = 14.5$$

میانگین	مرکز فرکانس	مرکز دسته	فرکانس
$41 \leq x < 55.5$	۵	۴۴.۵	۲۲۲.۵
$55.5 \leq x < 70$	۱۱	۵۱.۵	۵۹۹.۵
$70 \leq x < 84.5$	۵	۵۸.۵	۲۹۲.۵
$84.5 \leq x < 99$	۴	۹۱.۵	۲۹۲
	۲۵		۱۳۰۶.۵

$$\text{میانگین} = \frac{1306.5}{25} = 52.26$$