

«امتحان پنجاب»

پایخ دهنده: رمضان عباسی

① درستی یا نادرستی

الف) نادرست

تعریف داده شده مربوط به اشتراک دو مجموعه A و B است.

ب) درست

ج) نادرست

از هر نقطه خارج یک دایره، دو خط مماس بر آن دایره می توان رسم کرد.

د) نادرست

خطی که از مبدأ محضات عبور کند عرض از مبدأ ندارد (عرض از مبدأ خط صفر است)

② جای خالی:

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

الف) -2

ب) 7

منظور از درجه نسبت به x و y در این سه جمله ای: بیشترین مجموع توانهای

$$3+4=7$$

مربوط به x و y است.

$$3x - 15 = 0 \rightarrow 3x = 15 \xrightarrow{\div 3} x = 5$$

ج) $x=5$

کسری که مخربش صفر باشد را تعریف نشده می گویم.

③ > 2

برای تعیین شیب خط باید معادله خط داده شده را به فرم $y = ax + b$

$$4x - 2y = 8 \Rightarrow -2y = -4x + 8$$

$$\xrightarrow{\div (-2)} y = +2x - 4$$

شیب: 2

عرض از مبدأ: -4

④ سوالات 4 گزینه ای:

الف) گزینه (3)

نکته: عضوهای یک مجموعه باید کاملاً مشخص و متمایز باشند و در انتخاب عضوها

نباید سلیقه ای عمل کنیم.

در گزینه (3) مجموعه ای مورد نظر نمی است.

ب) گزینه (3)

$$\{x \in \mathbb{N} \mid -3 \leq x < 3\} = \{1, 2\}$$

ج) گزینه (1)

اگر متغیر داخل رادیکال و یا قدر مطلق باشد و یا در خارج کسر باشد عبارت مورد

نظر یک جمله ای نیست.

د) گزینه (1) اگر شیب منفی باشد خط به فرم $\setminus$ رسم می شود و اگر عرض از مبدأ

خط مثبت باشد، خط محور عرض ها را در نقطه ای مثبت قطع می کند.

⑤ الف)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ و } B = \{2, 4, 6, 7\} \text{ و } C = \{1, 2, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$

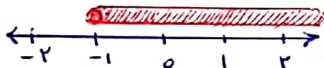
$$C - (A \cap B) = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4\} = \{1, 7, 8\}$$

ب)

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 1)\} \Rightarrow n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

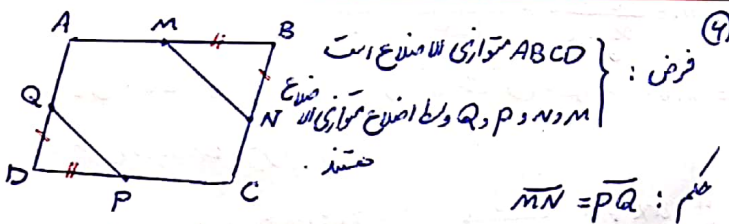
⑥ الف)



ب)

$$\sqrt{(3-\sqrt{8})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{8})^2} = \underbrace{|3-\sqrt{8}|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|1-\sqrt{8}|}_{\text{منفی}}$$

$$= (3-\sqrt{8}) - (1-\sqrt{8}) = 3-\sqrt{8}-1+\sqrt{8} = 3-1 = 2$$



$$AB = DC \xrightarrow{\div 2} MB = DP$$

$$AD = BC \xrightarrow{\div 2} QD = BN$$

$$\text{خاصیت متوازی الاضلاع: } \hat{D} = \hat{B}$$

$$\text{فرض: } \triangle QDP \cong \triangle MBN$$

$$\overline{MN} = \overline{PQ}$$

⑦ الف)

$$\frac{3^4 \times 5^4}{15^{-2}} = \frac{15^4}{15^{-2}} = 15^{4-(-2)} = 15^6$$

ب)

$$(\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27}) \div \sqrt{3}$$

$$= (2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \div \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 3$$

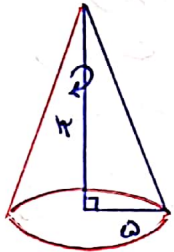
$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \quad | \quad x+1 \\ \underline{3x^3 - 3x^2} \\ -5x^2 + 4x \\ \underline{+ 5x^2 + 5x} \\ + 9x + 5 \\ \underline{- 9x - 9} \\ -4 \end{array}$$

خارج قسمت: $3x^2 - 5x + 9$
باقی مانده: -4



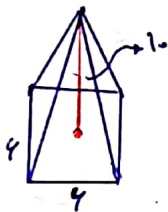
(الف) نکته: از دوران یک مثلث قائم الزامی حول یکی از ضلع های قائم یک مخروط پدید می آید.

(ب)

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} (\pi \times 5^2) \times 12 = 100\pi$$

(حجم مخروط)

(الف) (الف)



$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} (4 \times 4) \times 10 = 120 \text{ cm}^3$$

(حجم مربع)

(ب)

$$S = 4\pi R^2 \xrightarrow{R=10} S = 4\pi (10^2) = 400\pi \text{ cm}^2$$

(مساحت کره)

(ج)

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow (\text{حجم کره}) = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$R=3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi (3^3) = 18\pi \text{ cm}^3$$

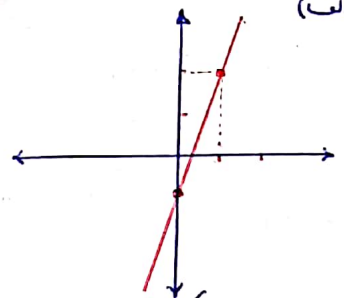
(الف) $(2a-5)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(5) + (5)^2$
 $= 4a^2 - 20a + 25$

(ب) $(2a-3b)(2a+3b) = (2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

(الف) $x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$

(ب) $y^2 - y - 12 = (y-4)(y+3)$

x	0	1
y	-1	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



(ب) ابتدا سبب خط گذرنده از دو نقطه A و B را بدست می آوریم.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - (-1)}{1 - 0} = \frac{3}{1} = 3$$

پس به کمک یکی از نقاط و با گذاری مختصات آن نقطه در معادله $y = ax + b$ عرض از مبدأ خط را نیز بدست می کنیم.

$$y = ax + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}} (1) = 3(1) + b \Rightarrow 1 = 3 + b \Rightarrow b = -2$$

معادله خط: $y = 3x - 2$

(الف)

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{x(-2)} \begin{cases} -x - 4y = -6 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} -x - 4y = -6 \\ -1y = -2 \end{cases} \Rightarrow y = 2$$

$$y=2 \Rightarrow x + 2(2) = 3 \Rightarrow x + 4 = 3 \Rightarrow x = -1$$

(الف) (الف)

$$\frac{12a^3b^2}{18a^2b^4} = \frac{2a}{3b^2}$$

(ب)

$$\frac{x^2 - 10x + 21}{x^3} \times \frac{x^2}{x-3} = \frac{(x-7)(x-3)}{x^3} \times \frac{x^2}{x-3} = \frac{x-7}{x}$$

(ج)

$$\frac{5a^2}{a^2-1} - \frac{2a}{a+1} = \frac{5a^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{2a}{a+1} = \frac{5a^2 - 2a(a-1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{5a^2 - 2a^2 + 2a}{(a-1)(a+1)} = \frac{3a^2 + 2a}{(a-1)(a+1)}$$